**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра АМ**  
  
  
  
  
  
  
ОТЧЕТ

по домашней работе №4

по дисциплине «Элементы функционального анализа»

Тема: Продолжение функционала.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 1384 |  | Пчелинцева К.Р. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2024

# Теоретические положения

Норму функционала можно вычислить как максимум его значений на аргументах с нормой не более единицы:



Теорема Хана-Банаха: линейный непрерывный функционал, заданный на подпространстве банахова пространства можно продолжить на все пространство с сохранением нормы.

Теорема Рисса-Фишера: любой функционал в гильбертовом пространстве можно отождествить с некоторым элементом в этом пространстве:



# ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Вариант 12.

Подпространство:

Функционал на :

**Задание 1**. Вычисление нормы как функционала на .

Построим базис под функционал такой, что .

Определим ,

Теперь проведём ортогонализацию Грама-Шмидта и нормирование полученных векторов, получим:

Рассмотрим скалярное произведение:

Теперь, так как , имеет смысл для максимизации скалярного данного выражения взять , тогда

**Задание 2**. Вычисление нормы как функционала на .

Построим базис такой , что

– в подпространстве , но вне ядра функционала

– в подпространстве и в ядре функционала

– в подпространстве и в ядре функционала

– вне подпространства

Составим СЛУ для :

Решением будет , возьмём . Итак, .

Векторы удовлетворяют одним и тем же условиям, составим для них единую СЛУ:

Тогда решением будет:

Для возьмём .

Для возьмём

Теперь составим СЛУ для :

Общее решение которой выглядит как .

Положим .

Теперь ортонормируем полученный базис. Получим:

Теперь можно вычислить норму в : ,

Что не превосходит .

**Задание 3**. Продолжение функционала

Необходимо определить функционал на базисе такой, что

Тогда , что и требовалось.

Составим СЛУ для условий выше:

Решением которой является

Так, условия на сохранение нормы соблюдены и значение функционала будет совпадать со значениями функционала на подпространстве в силу поставленных на условий.